

## 复合材料蜂窝夹层结构计算的一般方法和进展

成广民

(空军第一研究所)

丁锁柱

(解放军5702厂)

**摘要:** 本文对目前蜂窝夹层结构有限元分析的方法进行归纳;对每一种计算模型中所包含的假设作一讨论;指出其适用范围,供设计和强度计算时参考。

**关键词:** 复合材料 蜂窝夹层结构 结构计算 方法

### 1 引言

复合材料夹层结构是一种特殊类型的结构,通常由一层较厚且容易变形的夹心和两个迭层的面板组成,也有一些结构是由多层夹心和两个迭层面板组成。夹心为蜂窝状的夹层结构,称为蜂窝夹层结构。由于其重量轻,强度、刚度大,适当选择夹心和面板还可获得良好的抗振隔热、隔音等性能,因此,这种结构在航空、航天、船舶等领域有着广泛的应用。

在复合材料夹层结构中,横向剪切变形直接关系到结构的抗弯特性,特别是当夹心较厚且较易变形时尤其如此。由于这个特性,经典薄板“Kirchhoff”元素将不再适用。因而,针对夹层结构的分析,发展了许多新的计算模型。通常,这些模型可归为三大类:①基于虚位移原理(或总位能原理)的公式;②基于虚力原理(或总余能原理)的公式;③基于混合变分原理的公式。建立在这些公式之上的有限元模型分别称作位移模型、平衡模型和混合模型。对于每一种模型,元素在公式的复杂程度、精度和适用性等方面,差别很大。因此,在复合材料夹层结构的分析中,计算方法的选择是至关重要的。

本文按如下的思路展开讨论:(1)复合材料夹层结构分析中,选取计算方法时应从那些方

面考虑;(2)归纳目前已有的计算模型,并根据公式的建立过程和模型的特点对计算模型分类;(3)简要说明每一种元素的适用对象,以及各种元素间的联系。

### 2 计算方法的选择

在复合材料夹层结构分析中,一般应根据以下方面来决定选择何种计算方法。

#### 2.1 横向剪切变形的影响

在任何承受横向载荷的结构中,都有横向剪切变形发生,对于复合材料夹层结构来说,这种横向剪切变形尤为显著。研究表明,对于四边饺支的各向同性的夹层板,横向剪切对应力没有影响。然而,对于其它大多数情况而言,用薄板理论求得的应力与考虑剪切时相差很大。因此,在选择计算方法时,应首先确定横向剪切的影响是否显著,以决定是否采用剪切理论分析。

如果存在如下关系式,则在初步设计时可以忽略剪切的影响。

$$\frac{SL^2}{D} > 100$$

这里,S 和 D 分别为剪切和弯曲刚度,L 为梁或板的长度。否则,必须考虑剪切的影响。同时,在进行最终设计时,一般都必须考虑剪切影响。

#### 2.2 结构的特点

收稿日期: 1995-12-12

一般而言,具有基本的几何节点自由度(即中面位移和断面转角)的简单元素,适用于计算由板以一定的角度组合而成的空间结构或平面型结构。具有附加的节点自由度(譬如:曲率、高阶位移导数或剪应变)的有限元模型,适用于计算立体的平台、壳体。

### 2.3 问题的特殊性

对于层间应力问题,因为层间剪应力沿铺层厚度方向是连续变化的,因此不能用某一层的弹性常数来估算应力,而应该采用其它方法。譬如采用平衡模型或应用高阶的基于应力假设的有限元模型。对于承受集中力的问题,在局部力作用的区域内,剪应力不连续,应该采用超高阶的元素模型处理。对于具有不对称铺层的夹层结构,存在着拉压与弯曲的耦合。在有限元分析时,在公式建立阶段就应考虑到这一点,通常的关于各向异性体的分析方法将不再适用。

值得指出的是:通常情况下,有限元法分析横向剪应力和边界效应时的精度不如计算挠度和弯矩的精度高,对于基于位移假设的 Kirchhoff 元素和 Reissner-Mindlin 元素尤其如此。

### 2.4 假设条件的影响

在建立夹层结构的理论时,引入了各种假设,显然模型中引入的假设越少,则所建立的公式越准确,但这又使计算变得复杂,且使计算费用增加。

通常这些假设包括如下方面:

(1)最基本的假设:①沿厚度方向剪切变形连续;②各层之间粘接得很好无缺陷。这两个假设在大多数计算模型中都被引入。

(2)材料特性的假设:面板和夹心的材料可以为:①各向同性;②正交各向异性;③任意各向异性。

(3)面板截面的应力特性的假设:①薄面板理论;面板假设为薄膜,面内力  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  沿厚度为常数;②厚面板理论:面板按经典的 Kirchhoff 板对待,  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  沿面板厚度方向线性变化;③考虑面板的剪切的理论,面板假设为 Reissner-Mindlin 板,应力分量为  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ ,且通常允许它们沿厚度方向变化。

(4)对夹心截面中的应力的假设:①软夹心,剪应力  $\sigma_{xy}, \tau_{yz}$  为常值;②硬夹心,应力包括  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \sigma_{zz}$ 。

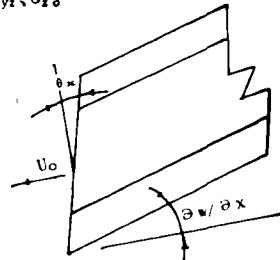


图1 线性位移变化

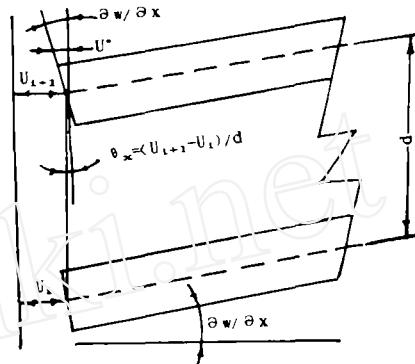


图2 分层线性变化局部连续

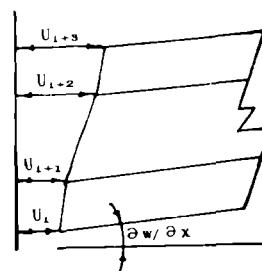


图3 分层线性变化整体连续

(5)位移变化的假设:因为每一层是粘接在一起的,层间剪切应力和位移沿厚度方向是连续的,这和层间应变的协调是一致的。①沿厚度位移线性变化:法线保持直线,但不一定垂直于中面,如图1;②位移分层线性变化,局部连续,如图2;③位移分层线性变化,整体连续,如图3;④断面转角允许二次或三次方变化。

(6)关于平衡的假设:在基于应力假设的有限元公式中,强调了平衡。①假设每一层中的应力平衡;②假设总体弯矩和内力平衡;③假设层间应力的连续以及面板的外表面的自由。

包含不同假设的有限元模型对于不同的问题具有不同的精度,同时在公式的复杂程度上也差别很大,因此只有弄清各种模型中所包含的假设,同时也弄清要计算的问题的性质,才能选出适合于问题实际情况的模型。

### 3 目前流行的计算模型

在上文中我们列出了各种假设,不同假设的自由组合,产生了大量的计算模型。这里不可能列举这些模型的全部,仅对目前流行的几种模型介绍如下。

#### 3.1 位移模型

(1) Reissner 理论。把面板看成薄膜,即只承受平面力,夹心认为只承受剪切作用。

(2) Hoff 理论。把面板看成经典的薄板,夹心只承受剪切作用。

(3) прусиков-杜庆华理论。把面板看成为经典的薄板,夹心除承受剪切外,还存在夹心的横向变形的作用。

上面这三种模型,通常统称为一阶的剪切理论。即法线在变形过程中仍保持直线。此外,对于复合材料夹层结构的分析有如下两种应用较普通的理论:

(4) 高阶剪切理论。认为结构的断面沿厚度方向可以呈三次方变化。

(5) 高阶剪切且计及法线长度的变化。

断面沿厚度方向呈三次方变化,法线可以伸长或缩短。

以上这两种高阶理论,要求位移函数不仅  $C^0$  连续,而且  $C^1$  连续。

#### 3.2 平衡模型

这是一种基于应力假设的模型,应力的假设满足弹性力学的平衡方程。而位移的连续及应变的协调由模型的内在机制所决定,可以自行满足。这种模型也是由 Reissner 最先建立的。它假设面内的正应力以及夹层板侧向的剪应力沿厚度呈线性变化;即

$$\sigma_1 = \frac{M_1}{(h^2/6)} \frac{Z}{(h/2)}$$

$$\sigma_2 = \frac{M_2}{(h^2/6)} \frac{Z}{(h/2)}$$

$$\sigma_3 = \frac{M_6}{(h^2/6)} \frac{Z}{(h/2)}$$

这里  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  分别为面内的正应力及层板侧向剪切应力。 $M_1, M_2, M_6$  为相应的弯矩(它们是面内坐标  $x, y$  的函数),  $Z$  是厚度方向的坐标,  $h$  为总的厚度。剪切应力及法线方向的正应力 ( $\sigma_4, \sigma_5$  和  $\sigma_3$ ) 由三维弹性力学平衡方程确定。

#### 3.3 混合模型

这种模型同时假设位移和应力,位移和应力处于同等重要的地位。通常有如下两种混合模型:(1)基体变量和导出变量在元素内部和元素的边界上都分别独立插值;(2)在元素内部变量被插值,变量在边界上的值,通过内部插值函数在边界上取值后再插值一次而得到。前一种模型通常又被叫做杂交模型,后一种模型就仍称为混合模型。

### 4 各种方法的适用对象及其进展

基于位移假设的 Reissner 模型,用起来比较简单,它仅要求位移  $C^0$  连续,同时它既适用于薄板,也适用于厚板,因而大受欢迎,在各种计算软件中占有很大的比重。但是由于其假设表板为薄膜,只能承受面内的载荷,因而对于承受横向集中力作用的情况将不适用。于是发展了 Hoff 模型,克服了这一困难。然而以上两种模型都忽略了夹心沿厚度方向的变形,因而不适用于计算局部稳定性方面的问题,于是又发展了杜庆华模型。以上这三种理论都假设了剪应变沿厚度方向为常值,不满足剪应力连续的条件。因而对于具有多层夹心、且各层夹心的刚度差别较大的夹层板将不适用,同时也不适用于对层间剪切应力精度要求较高的问题。为了克服以上三种模型所共有的缺陷,于是又发展了夹层结构分析的高阶剪切理论,普通的高阶剪切理论不适用于求解热应力及热屈曲等这类具有三维方向影响的问题,计及法线缩短和伸出的高阶剪切理论克服了这个限制。

以上这些都是基于位移假设的模型,这种模型对应力的计算精度普遍较低,因而发展了

(下转25页)

性更加适合构型复杂的制件。可能的产品有复合材料门皮、汽车坐椅、架、床架、高级桌面等。

(6) 针对某些场合需要,可以开发模压压力更低(0.7~1.20MPa)的LPMC。这种模塑料加工条件更加温和,甚至用低压接触成型的压机也能生产符合要求的SMC制品。产品可包括大多数的家具和建筑用品。

(7) 结合LPMC制备和成型特点,将LPMC应用于树脂传递模塑(RTM)和冷压法

也是可行的。通过这两种成型工艺可以模压净尺寸(成品尺寸)的制品,成品不需进行任何辅助修边加工,而且在模具设计制造上可以更加精确、简便。

### 参考文献

- 沈开猷. 不饱和聚酯树脂及其应用. 北京: 化学工业出版社. 1988
- Modern plastics. 1994; 71: (3)

## THE PREPARATION OF LOW PRESSURE SHEET MOLDING COMPOUND

Wu Deshan

(Jiujiang Three Glass General Co.)

**Abstract:** The matrix formulation and technical properties and processing technology of the low pressure molding compound were studied in this paper. Compared with SMC, LPMC is an excellent kind of the sheet molding compound in respect of moulding pressure and equipment etc.

**Keywords:** low pressure molding compound sheet molding compound

(上接第13页)

基于应力的平衡模型,这种模型对于结构内部三维应力的计算有较高的精度,但在边界上的精度不如在内部高,因而不适用于分析边界效应的影响问题。混合模型则不仅对三维的夹层结构相当有效,而且能较好的满足边界条件,因而对于诸如层间脱胶、纤维断裂及夹杂等这类有自由表面的问题也相当有效。是一种有潜力的分析方法,正在被越来越多的人所重视。

### 参考文献

- 中科院力学所板壳组编著. 夹层板壳的弯曲、稳定和振动. 北京: 科学出版社. 1977
- 陈烈民著. 复合材料板壳理论. 长沙: 国防科技大学出版社. 1980
- 蔡四维著. 复合材料结构力学. 北京: 人民交通出版社. 1987
- Thomas J. R. Hughes and Ernest Hinton. Finite Element Methods for plate and Shell Structures. Volume. 2: Formulations and Algorithms. Pineridge Press International, Swansea U. K. 1986
- Gerald Wempner. Mechanics and Finite Elements of shells. Appl. Mech. Rev. 1989, 42(5)
- Ahmed K. Noor and W. Scott Burton. "Assessment of shear deformation theories for multilayered composite plates". Appl. Mech. Rev. 1989, 42(1)
- 朱明等译. 复合材料程序设计. 西安: 西北工业大学出版社. 1989
- Reddy, J. N. A simple higher-order theory for laminated composite plates, J. Appl. Mech. 1984, 51

## COMMON METHOD AND DEVELOPMENT FOR COMPOSITE HONEYCOMB SANDWICH STRUCTURE CALCULATION

Cheng Guangmin

Ding Suozhu

(Air Force First Research Institute) (PLA. 5702 Factory)

**Abstract:** Based on composites strength analysis and some related reference, finite element methods of honeycomb sandwich are summed up, the hypothesis which is included in calculating model is discussed. Its application scope is pointed out to provide reference for design and strength calculation.

**Keywords:** composites honeycomb sandwich structure structural calculation method