

制造技术研究

环形容器缠绕线型设计及计算机仿真研究

西安航天复合材料研究所 李翠云 李辅安 张 强

摘要 首先对环形容器的外形进行数学描述,应用空间解析几何和微分几何知识建立了相应的数学模型,在对缠绕线型规律进行分析的基础上,做了测地线缠绕线型的分析和设计;同时在 VB6.0 环境下,对构件采用参数化的设计方法,实现了线型计算、纤维坐标值求解以及线型连续仿真的模拟,结果与理论上推导的数学模型相符,对实际生产有很重要的参考价值,为环形容器缠绕工艺的开发与应用奠定了基础。

关键词 环形容器 纤维缠绕 缠绕线型 仿真模拟

1 引言

纤维缠绕成型作为高性能结构复合材料中广泛应用的工艺方法,其制品比强度和比刚度高、重量轻,在国防和航天工业中占有重要地位。尤其是复合材料高压容器,用于导弹、火箭的发动机系统中,质量较小,可充分利用发动机内部空间,节省体积,投资成本低。在民用潜水、消防、救生、医用氧气瓶等生命维持系统的应用日益广泛,有着广阔的应用前景和推广价值^[1-2]。

2 数学模型的建立

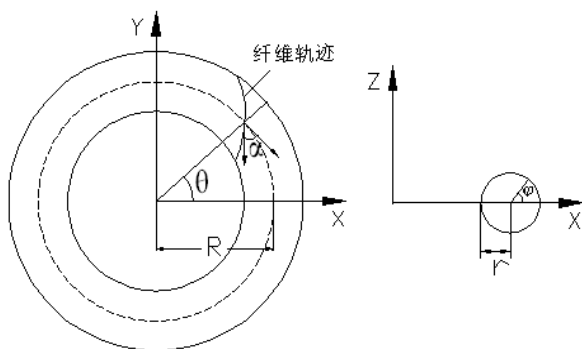


图 1 环形曲面及坐标系

R —为圆环面中心轴线的曲率半径; r —环管半径; θ —芯模转角, $(0, 2\pi)$; φ —绕丝嘴相位角, $\varphi \in (0, 2\pi)$; α —缠绕角

环形容器(如图 1)的回转曲面是由一个半径为 r 的圆上每一点绕这个圆所在平面(XOZ 平面)内的某一轴(此指 z 轴,圆心与 z 轴的距离为 R)回转而成的,建立的坐标系如图 1。

回转面母曲线方程为:

$$(x - R)^2 + z^2 = r^2 \quad (1)$$

圆环面方程为:

$$(x^2 + y^2 + z^2 + R^2 - r^2)^2 = 4R^2(x^2 + y^2) \quad (2)$$

则描述圆环面 $S(\theta, \varphi)$ 的参数方程为:

$$\begin{cases} x(\theta, \varphi) = (R + r \cos \varphi) \cos \theta \\ y(\theta, \varphi) = (R + r \cos \varphi) \sin \theta \\ z(\theta, \varphi) = r \sin \varphi \end{cases} \quad (3)$$

3 线型设计

在回转曲面(芯模)上进行纤维的螺旋缠绕,要满足两点要求:一是满足线型设计,即纤维连续均匀有规律地布满芯模表面;二是纤维位置稳定,如测地线缠绕轨迹。在环形容器的缠绕中,要控制芯模的回转与导丝头的旋转这两个运动的相对关系,即可缠出所需要的线型。

3.1 芯模测地线理论转角的计算^[3]

由圆环面的参数方程,利用微分几何知识计算环

形芯模回转曲面的第一基本形式为：

$$E = (R + r \cos \varphi)^2, F = 0, G = r^2$$

$$ds^2 = Ed\theta^2 + Gd\varphi^2$$

其中 S 为弧长参数，并由下式

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{ds} &= \frac{\cos \alpha}{R + r \cos \varphi} \\ \frac{d\varphi}{ds} &= \frac{\sin \alpha}{r} \end{aligned} \quad (4)$$

结合 Liouville 公式，计算得到圆环面上的缠绕角关于弧长的测地线方程

$$\frac{d\alpha}{ds} = -\frac{\sin \varphi \cdot \cos \alpha}{R + r \cos \varphi} \quad (5)$$

对于式(4)和(5)组成的测地线方程组，可简化如下：

$$\frac{d\alpha}{d\varphi} = -\frac{r \sin \varphi}{R + r \cos \varphi} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad (6)$$

$$\frac{d\theta}{d\varphi} = \frac{r}{R + r \cos \varphi} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad (7)$$

由(7)式积分可得圆环面上测地线的 Clairaut 公式

$$(R + r \cos \varphi) \cdot \cos \alpha = C \quad (8)$$

其中 α 是缠绕角， C 是由初始缠绕角 α_0 决定的常数。

由公式(5)中芯模转角与导丝头相位角的微分关系，利用数值解法进行积分，对绕丝嘴转过一定角度 φ ，即可计算出芯模旋转的角度。

3.2 纤维缠绕角的计算

环形曲面的纤维缠绕角定义为该点处的纤维轨迹切线与过该点的 $\varphi = \text{const}$ (常数) 曲线(即参数曲线)沿增加方向的夹角。从测地线 Clairaut 公式得出，给定绕丝嘴转角 φ ，由测地线的 Clairaut 公式计算，则对应的缠绕角计算公式为：

$$\alpha(\varphi) = \arccos\left(\frac{R + r}{R + r \cos \varphi} \cos \alpha_0\right) \quad (9)$$

3.3 落纱点坐标的计算

分析缠绕运动模型采用芯模静态分析法，绕丝嘴绕芯模由外向里缠绕，落纱点的参考坐标为空间笛卡儿坐标系，以芯模的回转中心为坐标系原点，定义缠绕起始点为 $(R + r, 0, 0)$ ，坐标系如图1所示。

假设芯模不动，纤维绕环面由外向里缠绕，当落纱点为环面上的点 $P(x, y, z)$ 时，在已知 P 点处绕

丝嘴的相位角和芯模转角以及初始缠绕角 α_0 时，则芯模表面落纱点的坐标如下：

$$\begin{cases} x = (R + r \cos \varphi) \cos \theta \\ y = (R + r \cos \varphi) \sin \theta \\ z = r \sin \varphi \end{cases}$$

3.4 控制坐标的计算^[4]

在芯模静态分析法中，控制点构成的轨迹线是一条围绕芯模的空间连续曲线，连结控制点与落纱点的是该落纱点在芯模表面对应的切线，即悬纱线所在直线。

这里采用包络体法。所谓包络体就是定义在由一定方程确定，包络在芯模表面的曲面，在缠绕过程中，导丝头始终在该包络体曲面内运动。首先定义包络体方程，然后寻求悬纱穿过包络体的交点，该交点即为落纱点对应的控制坐标。

3.4.1 悬纱方程的求解

要推导出绕丝嘴的运动方程，首先要求出“悬纱”的方程，其推导如下：

缠绕纤维刚落在芯模表面上时的落纱点 A ，它与绕丝嘴 B 之间的一段纤维 AB 称为“悬纱”，长度用 S 表示。绕丝嘴在一固定平面内运动，且该运动平面通过芯模的回转轴—— Z 轴。

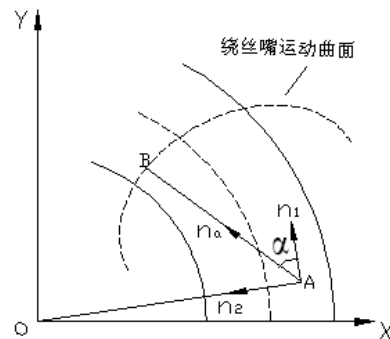


图2 悬纱线示意图

A —落纱点； B —控制点； n_1 —落纱点切向的单位切向量；

n_2 —落纱点径向的单位切向量； n_a —悬纱的单位向量

落纱点切向的单位切向量：

$$\bar{n}_1 = \{l_1, m_1, n_1\} = (-\sin \theta, \cos \theta, 0)$$

落纱点径向的单位切向量：

$$\bar{n}_2 = \{l_2, m_2, n_2\} = (-\sin \varphi \cos \theta, -\sin \varphi \sin \theta, \cos \varphi)$$

则纤维轨迹上任一点处悬纱的单位向量为：

$$\bar{n}_a = \{l_a, m_a, n_a\} = \bar{n}_1 \cos \alpha + \bar{n}_2 \sin \alpha$$

$$= \begin{pmatrix} -\sin \theta \cos \alpha - \sin \varphi \cos \theta \sin \alpha \\ \cos \theta \cos \alpha - \sin \varphi \sin \theta \sin \alpha \\ \cos \varphi \sin \alpha \end{pmatrix} \quad (10)$$

由已知的落纱点 A 的坐标 (X_A, Y_A, Z_A) 及悬纱的方向数 $\{l_0, m_0, n_0\}$, 可利用解析几何写出悬纱的直线方程:

$$\frac{X_B - X_A}{l_0} = \frac{Y_B - Y_A}{m_0} = \frac{Z_B - Z_A}{n_0},$$

即:

$$\frac{X_B - (R + r \cos \varphi) \cos \theta}{-\sin \theta \cos \alpha - \sin \varphi \cos \theta \sin \alpha} = \frac{Y_B - (R + r \cos \varphi) \sin \theta}{\cos \theta \cos \alpha - \sin \varphi \sin \theta \sin \alpha} = \frac{Z_B - r \sin \varphi}{\cos \varphi \sin \alpha} \quad (11)$$

3.4.2 包络体的生成

设绕丝嘴距芯模表面距离恒为用户输入值 H , 建立落纱点坐标对应的绕丝嘴坐标 X, Y , 则环形容器的包络体是一个到轴心圆距离为 $r+H$ 的一个圆环面, 该包络体的方程如下:

$$(x^2 + y^2 + z^2 + R^2 - (r+H)^2)^2 = 4R^2(x^2 + y^2) \quad (12)$$

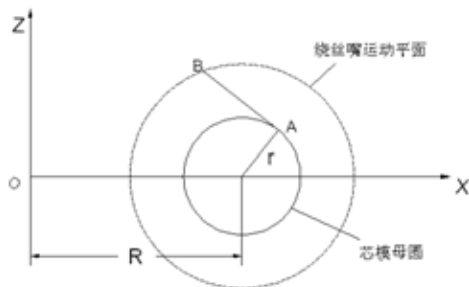


图3 包络体与悬纱线投影平面视图

AB为悬纱线

3.4.3 控制坐标的计算

绕丝嘴的坐标为悬纱直线与包络体方程的交点, 联立式 (11) 和式 (12) 求解控制点坐标。

令 $\frac{X_B - X_A}{l_0} = \frac{Y_B - Y_A}{m_0} = \frac{Z_B - Z_A}{n_0} = t$ 则

$$\begin{cases} X_B = l_0 t + X_A \\ Y_B = m_0 t + Y_A \\ Z_B = n_0 t + Z_A \end{cases} \quad (13)$$

把上式代入包络体方程(12)中, 则可得到一个四次方程:

$$aa \times t^4 + bb \times t^3 + cc \times t^2 + dd \times t + ee = 0 \quad (14)$$

此方程中的系数均是芯模结构尺寸、悬纱线、落

纱点坐标等的表达式, 采用数值解法求解此四次方程, 并将 t 值代入式(13), 即可得到落纱点的控制坐标。

4 计算机仿真模拟^[5-6]

根据模型分析, 笔者设计了环形容器纤维缠绕仿真软件。为使仿真软件具有更好的普遍性和适用性, 应该使其界面更加友好, 尽可能采用参数化、模块化的设计方法, 并加入了可视浏览的功能, 能够确保参数化的仿真, 以满足对不同环形容器的尺寸需求。

我们知道, 要使数控缠绕机根据设计的线型进行精确缠绕, 就要求精确计算纤维纱片在芯模上落纱点的坐标及缠绕机的控制坐标, 同时验证芯模参数、缠绕参数的合理性等, 并在缠绕前查看缠绕效果。计算机线型仿真就避免了用缠绕机进行线型检验的弊端, 从而最大限度地将问题解决在设计阶段, 降低研制成本, 缩小设计周期, 所以要编制合理、有效的程序来实现这些工作。根据缠绕运动规律模型, 本应用程序是在 Microsoft 公司的 Visual Basic 6.0 开发平台上进行的, 实现对纤维缠绕线型的计算机辅助设计, 计算缠绕参数和最佳设备配置参数, 模拟纤维在芯模表面的落纱规律, 实现同一界面上的参数计算和过程仿真, 建立相应的数学模型, 为计算机数控缠绕机的仿真研究提供新思路。

采用本软件设计的缠绕线型仿真的一个例子(如图 4), 其中环形芯模轴心圆半径 $R=400\text{mm}$, 环管半径 $r=150\text{mm}$, 初始缠绕角 $\alpha_0=70^\circ$, 纤维带宽 $w=5\text{mm}$, 起始点为 $=0^\circ$, $\varphi=0^\circ$ (α 是芯模转角, φ 是绕丝嘴相位角)。

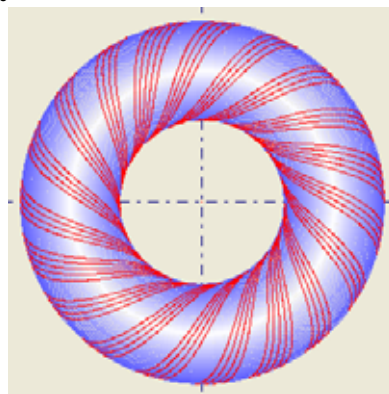


图4 螺旋缠绕 80 个单程后的纤维分布情况

(注: 为了便于观察线型, 模拟纤维带宽小于实际宽度)

5 结束语

(下转第 33 页)

通过仿真实验表明,利用这种控制器进行混沌同步控制,不需要知道混沌系统的参数就可以实现,这就为混沌同步的应用带来了希望和美好的前景。尽管已经有很多关于混沌同步控制的方法,例如驱动响应法、线性或非线性反馈同步法、脉冲控制等方法,但是在这些方法中,我们都需要一个共同的前提条件才能实现同步,那就是参数必须已知。现实中,混沌系统的参数往往易变和难求。自适应控制具有明显的优势,它为混沌同步的应用打下了坚实的基础。

6 结论

关于 Chen 氏系统本身特性的研究以及控制与同步的研究越来越多,目前,关于该系统实现同步控制的方法很多,但是都只是理论分析,电路实现的研究报道不多,并且,这些方法大都只适用于参数已知的混沌系统,这样就给混沌同步的应用造成很大的局限性。根据文献[1]中对 Chen 氏混沌系统的自适应控制实现同步的理论分析和控制规则,设计了自适应同步控制器电路,给定电路元件的取值,在此基础上利用 Multisim 2001 电路仿真软件进行了仿真实验,在示波器上观察到了两个同样的但参数值不确定的 Chen 混沌系统的同步。这些工作为继续研究 Chen 混沌系统的控制方法及其应用打下了很好的基础。

参考文献

- 1 Zhi Li,Chongzhao Han,and Songjiao Shi. Modification for synchronization of Rossler and Chen chaotic systems[J]. Physics Letters A, 2002, 301 : 224 ~ 230
- 2 Zhong GQ and Tang W K S 2002 Int.J.Bifurcation and Chaos 121423
- 3 Pecora L M,Caroll TL1 Synchronization in Chaotic System[J].Physical Review Letters, 1990, 64 : 821 ~ 8241
- 4 王光瑞,于熙岭,陈式刚. 2001 混沌的控制、同步与利用. 北京:国防工业出版社
- 5 Chen G and Ueta T 1999 Int.J.Bifurcation and Chaos 9 1465
- 6 K.S.Tang,K.F.Man,G.Q.ZhongandG.Chen. Some New Circuit Design for Chaos Generation : 185 ~ 187
- 7 方锦青. 非线性系统中混沌控制方法、同步原理及其应用前景(一). 物理学进展, 1996
- 8 蒋卓勤,邓玉元. Multisim 2001 及其在电子设计中的应用

作者简介

朱丽(1980-),女(汉族),云南人,硕士,控制理论与控制工程专业;研究方向:混沌控制与保密通讯。



~~~~~

(上接第 24 页)

本文研究了环形容器的纤维缠绕成型中的数学模型建立、线型设计,并编写了程序,进行了仿真模拟,在程序中直接生成了 G 代码程序文件,可以直接在缠绕机上进行缠绕。缠绕结果也表明了此程序的可行性,与模拟结果很相似,且缠绕稳定,线型也与设计的相符,表明该数学模型和线型,及软件的结构设计和功能模块基本实现了环形容器的纤维缠绕工艺过程的功能。其设计方法和研制技术先进实用,为环形容器的纤维缠绕的应用奠定了基础。

## 参考文献

- 1 黄家康,岳红军,董永祺. 复合材料成型技术. 北京:化学工业出版社, 1999
- 2 王中伟,张为华,胡小平,王振国. 小推力空间发动机系统优化分析[J].

中国空间科学技术. 1997, 9(5): 61 ~ 66

- 3 梅向明,黄敬之. 微分几何[M].高等教育出版社, 2003.12
- 4 李海晟. 纤维缠绕复合材料弯管 CAD/CAM 系统. 浙江大学博士学位论文, 2002.5
- 5 Li Hai-sheng, Liang You-dong. Computer Aided Filament Winding for Elbows[J]. Journal of Software 2002.14 : 518 ~ 525
- 6 Evangelos Petrotsos. Visual Basic 6 从入门到精通. 北京:电子工业出版社, 1999

## 作者简介

李翠云(1980-),女,汉族,河南安阳人,硕士研究生;研究方向:结构复合材料缠绕成型及其仿真。

